

Aufgaben zur Verknüpfung von Ereignissen

1.0 Unter den Teilnehmern eines Mehrkampfsportfestes werden unter anderem folgende Gruppen unterschieden:

L: „Der Teilnehmer betreibt eine Laufdisziplin.“

W: „Der Teilnehmer betreibt eine Wurfdisziplin.“

Veranschaulichen Sie das Ereignis E in einem Venn-Diagramm und beschreiben Sie es in Worten. 

1.1 $E_1 = \bar{L} \cup \bar{W}$

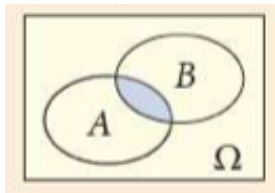
1.2 $E_2 = L \setminus W$

1.3 $E_3 = W \setminus L$

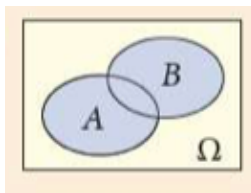
1.4 $E_4 = (L \cap W) \cup (\bar{L} \cap \bar{W})$

2.0 Geben Sie das blau schattierte Ergebnis (Teilmenge von Ω) in formaler Schreibweise an. 

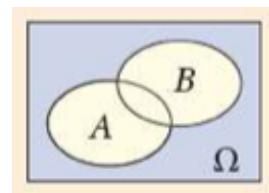
2.1



2.2



2.3



3.0 Stellen Sie beim einmaligen Würfeln die folgenden Ereignisse als Mengen dar. Geben Sie diese dazu zunächst als Vereinigung bzw. Schnitt zweier Mengen an.

3.1 „Es tritt eine ungerade Zahl oder eine Zahl größer als 3 ein.“ ☐

3.2 „Es wird eine gerade Augenzahl geworfen, die kleiner als 5 ist.“ ☐

3.3 „Es wird eine Primzahl geworfen, die größer als 5 ist.“ ☐

4.0 In einer Urne befinden sich eine blaue Kugel mit der Aufschrift 1, eine grüne mit der Aufschrift 2 sowie zwei rote mit den Aufschriften 3 bzw. 4. Es wird zweimal ohne Zurücklegen gezogen.

4.1 Erstellen Sie ein passendes Baumdiagramm, geben Sie den feinsten Ergebnisraum und dessen Mächtigkeit an. 

4.2 Geben Sie die aufgelisteten Ereignisse A bis G in aufzählender Mengenschreibweise an:

A: „Es wird mindestens eine rote Kugel gezogen.“ ☐

B: „Die Summe der beiden gezogenen Ziffern ist mindestens 6.“ ☒

C: „Die letzte gezogene Ziffer ist größer als die vorherige.“ ☒

D: „Die zweite gezogene Kugel ist blau.“

E = $A \cap B$ ☐ F = $B \cup C$ ☐ G = $\overline{C \cap D}$ ☒

5.0 Susi berichtet ihren Freundinnen, dass in dem Hort, in dem sie ihr Praktikum macht, noch einige der Kinder an das Christkind (C) bzw. an den Osterhasen (O) glauben.

Stellen Sie die folgenden Ereignisse in einem Venn-Diagramm dar und beschreiben Sie sie möglichst einfach in Worten. Verwenden Sie soweit möglich die Gesetze von De Morgan.

5.1 $A = O \cup \overline{C}$ ☒

5.2 $B = C \cap \overline{O}$ ☒

5.3 $D = \overline{O} \cup \overline{C}$ ☒

6.0 Bei einem Würfelspiel wird mit zwei unterscheidbaren 6-seitigen Würfeln gewürfelt.

6.1 Geben Sie den Ergebnisraum Ω an. ☐

6.2 Geben Sie die folgenden Ereignisse in Mengenschreibweise an. ☒

E₁: „Die Augensumme der gewürfelten Zahlen ist kleiner als 5.“

E₂: „Die Augensumme der gewürfelten Zahlen ist 12.“

E₃: „Das Produkt der beiden Zahlen ist 12.“

6.3 Geben Sie ein unmögliches Ereignis in Worten an. ☒

6.4 Beschreiben Sie ein sicheres Ereignis in Worten. ☒

7.0 Bei einer Untersuchung werden die Blutwerte der Patienten auf Eisen und Glukose getestet.

Stellen Sie die Aussagen 7.1 bis 7.4 mithilfe der folgenden Ereignisse dar.

A: „Der Patient besitzt niedrige Eisenwerte.“

B: „Der Patient besitzt hohe Glukosewerte.“

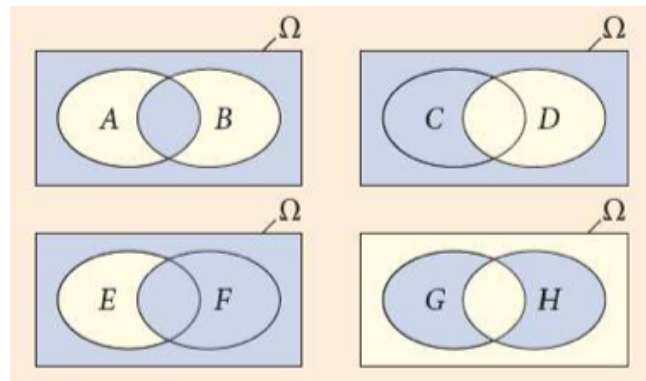
7.1 „Der Patient besitzt niedrige Eisenwerte und hohe Glukosewerte.“ ☐

7.2 „Der Patient besitzt niedrige Eisenwerte oder hohe Glukosewerte.“ ☐

7.3 „Der Patient besitzt keinen niedrigen Eisenwert.“ ☐

7.4 „Der Patient besitzt niedrige Eisenwerte, aber keine hohen Glukosewerte.“ ☐

- 8 Gegeben sind die folgenden vier Venn-Diagramme. Beschreiben Sie die blau markierten Bereiche in möglichst einfacher Mengenschreibweise. 



- 9 A und B sind zwei beliebige (vereinbare) Ereignisse von Ω . Kennzeichnen Sie in einem geeigneten Venn-Diagramm die folgenden Verknüpfungen. 
- $\bar{B}$, $A \cup B$, $A \cap B$, $A \cap \bar{B}$, $A \cup \bar{B}$, $\overline{A \cap B}$

- 10.0 A und B sind zwei beliebige Ereignisse aus Ω . Nehmen Sie Stellung zu folgenden Aussagen. 

10.1 Tritt A ein, so tritt auch $\bar{A}$ ein.

10.2 Tritt A ein, B nicht, so tritt $A \cap B$ ein.

10.3 Tritt A ein, B nicht, so tritt $A \cup B$ ein.

10.4 Tritt A ein, B nicht, so tritt $A \cap \bar{B}$ ein.

10.5 Tritt $A \cap B$ ein, so tritt auch A ein.

10.6 Tritt $A \cup B$ ein, so tritt $\bar{A}$ nie ein.

11.0 Michaela, Svenja und Nikolas sind die letzten drei Kandidaten für die Wahl des 1. bzw. 2. Klassensprechers. Die Klassensprecherwahl wird als Zufallsexperiment betrachtet.

11.1 Stellen Sie die möglichen Ausgänge in einem Baumdiagramm dar, geben Sie auch den feinsten Ergebnisraum sowie dessen Mächtigkeit an. 

11.2 Geben Sie die folgenden Ereignisse in aufzählender Mengenschreibweise an, beschreiben Sie die Ereignisse F und G auch in Worten:

- A: „Michaela ist erste Klassensprecherin.“ ☐
 B: „Michaela gehört nicht zu den Klassensprechern.“ ☐
 C: „Svenja oder Michaela sind Klassensprecher.“ ☐
 D: „Nikolas ist einer der Klassensprecher.“ ☐
 E: „Die Klassensprecher sind verschiedengeschlechtlich.“ ☐
 $F = A \cup C$ ☒
 $G = A \cup D$ ☒

12.0 Auf dem Weg mit dem Fahrrad zur Schule muss Peter drei Ampelkreuzungen passieren. Unterscheiden Sie die Ampelzustände: ro, ge, gr. Das Überqueren der Ampeln wird als Zufallsexperiment aufgefasst.

12.1 Stellen Sie das Zufallsexperiment in einem Baumdiagramm dar und geben Sie den feinsten Ergebnisraum an. ☐

12.2 Geben Sie eine Vergrößerung des Ergebnisraumes an. ☒

12.3 Geben Sie die folgenden Ereignisse in aufzählender Mengenschreibweise an (bezogen auf den feinsten Ergebnisraum).

- A: „Peter muss genau einmal stehen bleiben.“ ☐
 B: „Peter hat mindestens eine gelbe Ampel.“ ☐
 C: „Peter hat weniger grüne Ampeln als rote auf seinem Weg.“ ☒
 D: „Peter kann durchfahren.“ ☐

12.4 Geben Sie zwei neue Ereignisse (in Worten und in aufzählender Mengenschreibweise) an, deren Schnittmenge $\{(ro;gr;ro)\}$ ist. ☒

13.0 In einem Lostopf befinden sich noch drei Lose, unter denen Gewinnlose (G) oder Nieten (N) auftreten können. Die drei Lose werden nacheinander aus dem Lostopf gezogen.

13.1 Geben Sie den feinsten Ergebnisraum Ω an. ☐

13.2 Geben Sie folgende Ereignisse in Teilmengen des Ergebnisraumes Ω an.

- A: „Das erste und das zweite Los sind Gewinnlose“ ☐
 B: „Mindestens das erste Los ist ein Gewinnlos“ ☐
 C: „Mindestens ein Los ist Gewinnlos“ ☐
 D: „Höchstens ein Los ist Gewinnlos“ ☐
 E: „Jedes Los ist ein Gewinnlos“ ☐

14 Bei der praktischen Führerscheinprüfung fahren vier Kandidaten nacheinander.
Geben Sie mit den Ziffern 1 (bestanden) und 0 (durchgefallen) die folgenden Ereignisse
als Menge an. 

- A: „Der dritte Prüfling fällt durch“
- B: „Genau drei Prüflinge bestehen“
- C: „Der erste und der zweite Prüfling fallen durch“
- D: „Der erste oder der zweite Prüfling fallen durch“
- E: „Nur der dritte Prüfling fällt durch“

15.0 In einem Kraftwerk arbeiten zwei elektronische Bauteile ohne sich gegenseitig zu
beeinflussen. Der Ausfall der Bauteile wird optisch angezeigt.

Es seien folgende Ereignisse definiert:

- B_1 : „Das erste Bauteil arbeitet“
- B_2 : „Das zweite Bauteil arbeitet“
- C: „Kein Bauteil arbeitet“
- D: „Genau ein Bauteil arbeitet“

15.1 Beschreiben Sie die Ereignisse C und D mithilfe der Ereignisse B_1 und B_2 . 

15.2 Beschreiben Sie die Ereignisse $E_1 = C \cup D$ und $E_2 = \bar{C} \cap \bar{D}$ in Worten. 

16.0 Bei einer Prüfung treten drei Prüflinge nacheinander an, wobei die Prüfung
bestanden (1) oder nicht bestanden (0) sein kann.

16.1 Beschreiben Sie folgende Ereignisse als Menge: 

- A: „Der dritte Prüfling fällt durch“
- B: „Mindestens zwei Prüflinge fallen durch“
- C: „Alle drei Prüflinge fallen durch“
- D: „Nur der dritte Prüfling besteht“
- E: „Der erste und der zweite Prüfling bestehen“

16.2 Untersuchen Sie die Ereignisse B und D, A und E sowie B und E auf Unvereinbarkeit. 

16.3 Formulieren Sie die Ereignisse in Worten und geben Sie sie als Menge an.

$A \cap B, B \cap \bar{C}, D \cap A, A \cup D$ 

16.4 Geben Sie mit den Ereignissen A, B, C, D, E aus 4.1 an. 

- (1) „Höchstens zwei Prüflinge fallen durch“
- (2) „Alle drei Prüflinge bestehen“
- (3) „Höchstens ein Prüfling fällt durch“
- (4) „Weder der dritte Prüfling fällt durch noch fallen alle durch“

- 17 Eine Firma stellt Fliesen her. Dabei sind einige Fliesen nicht trittfest, einige weisen Farbfehler auf. Im Folgenden werden nur diese beiden Fehlerarten betrachtet. Ein Zufallsexperiment besteht aus der Feststellung der Fehler einer zufällig ausgewählten Fliese dieses Fabrikats. Es werden folgende Ereignisse betrachtet:
 E_1 : „Die Fliese ist nicht trittfest, besitzt aber keinen Farbfehler“
 E_2 : „Die Fliese besitzt höchstens einen der genannten Fehler“
 Stellen Sie die Ereignisse E_1 und E_2 in aufzählender Mengenschreibweise dar und untersuchen Sie die Ereignisse E_1 und E_2 auf Unvereinbarkeit. (Abitur 2000 SII) 
- 18 In einem Mischwald wird eine Versuchsfläche auf Schäden durch Wildverbiss an den Jungtrieben der Bäume untersucht. Auf der Versuchsfläche befinden sich Fichten (F), Buchen (B) und Eichen (E). Als Zufallsexperiments wird die Auswahl eines beliebigen Baumes betrachtet; dabei wird die Baumart festgestellt und geprüft, ob Verbiss (V) vorliegt oder nicht ($\bar{V}$). Es werden nun folgende Ereignisse betrachtet:
 A_1 : „Ein zufällig ausgewählter Baum ist ein Laubbaum ohne Verbiss“
 A_2 : „Ein zufällig ausgewählter Baum ist eine Fichte oder eine Eiche“
 Geben Sie diese Ereignisse in aufzählender Mengenschreibweise an. (Abitur 2003 SI) 
- 19 Ein Erlebnisparkbetreiber befragt eine große Zahl von Besuchern, ob sie aus der Region (R) kommen oder überregionale Besucher ($\bar{R}$) sind. Ferner interessiert, ob sie mit dem Auto (A), dem Bus (B) oder auf sonstige Weise (S) angereist sind. Das Ergebnis der Befragung wird als Zufallsexperiment aufgefasst. Es werden nun folgende Ereignisse betrachtet:
 E_1 : „Ein Besucher kommt nicht aus der Region oder reist mit dem Bus an“
 E_2 : „Ein Besucher stammt aus der Region und reist nicht mit dem Auto an“
 Geben Sie diese Ereignisse in aufzählender Mengenschreibweise an. (Abitur 2005 SI) 
- 20.0 In einer Jugendherberge werden als Getränke nur Saft (s), Wasser (w) und Cola (c) verkauft. Diese kann man am Automaten (a) oder beim Herbergsvater Max (m) kaufen. Bei ihm gibt es die Getränke gekühlt (k) oder ungekühlt ($\bar{k}$), am Automaten nur gekühlt. Das Zufallsexperiment besteht darin, bei einem beliebig ausgewählten Getränkekauf festzustellen, wo das Getränk gekauft wird, welches Getränk gekauft wird und ob es gekühlt oder ungekühlt ist. (Abitur 2008 SI)
- 20.1 Geben Sie das Ereignis E_1 : „Es wird Saft oder ein ungekühltes Getränk gekauft“ in der aufzählenden Mengenschreibweise an. 
- 20.2 Folgende Ereignisse sind vorgegeben:
 A : „Ein Getränk wird am Automat gekauft“
 S : „Es wird eine Flasche Saft gekauft“
 K : „Das gekaufte Getränk ist gekühlt“
 Bestimmen Sie die Ereignisse $S \cap K$ sowie $A \cup K$ in aufzählender Mengenschreibweise an. 

- 21 Ein Spezialitätengeschäft bietet 3 Sorten Kaviar an: A, B und C. Der Kaviar wird jeweils in den Farben schwarz (s) und hellbraun (h) angeboten und zwar in kleinen (k) oder großen (g) Blechdosen.

Die Entscheidung eines zufällig ausgewählten Käufers für eine bestimmte Dose Kaviar wird als Zufallsexperiment aufgefasst.

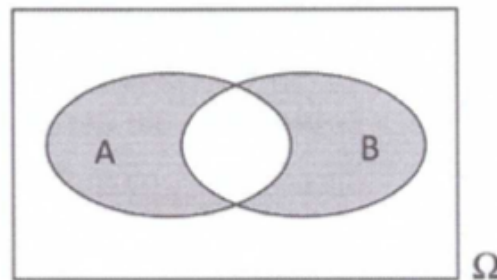
Gegeben sind die Ereignisse

E_1 : „Der Kunde kauft hellbraunen Kaviar in einer kleinen Dose“

E_2 : „Der Kunde kauft schwarzen Kaviar, aber nicht die Sorte A“

Stellen Sie beide Ereignisse in aufzählender Mengenschreibweise dar und untersuchen Sie beide Ereignisse auf Unvereinbarkeit. ○

- 22 A und B sind zwei beliebige (vereinbare) Ereignisse von Ω . Geben Sie das in untenstehendem Venn-Diagramm grau unterlegte Ereignis E_1 in möglichst einfacher Symbolschreibweise an und veranschaulichen Sie das Ereignis $E_2 = \overline{A \cap B}$ in einem Venn-Diagramm. (Abitur 2019 Teil 1) ⊗

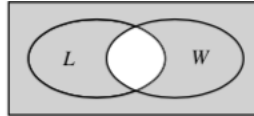


Lösungen

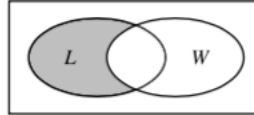
1)

$$E_1 = \overline{L} \cup \overline{W} = \overline{L \cap W}$$

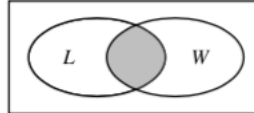
E_1 : „Alle Teilnehmer, nur nicht die, die beide Disziplinen betreiben“



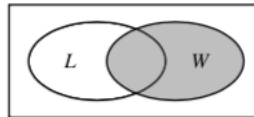
E_2 : „Teilnehmer, die nur eine Laufdisziplin betreiben“



E_3 : „Teilnehmer, die beide Disziplinen betreiben“



E_4 : „Teilnehmer, die eine Wurfdisziplin betreiben“



2.1 $A \cap B$

2.2 $A \cup B$

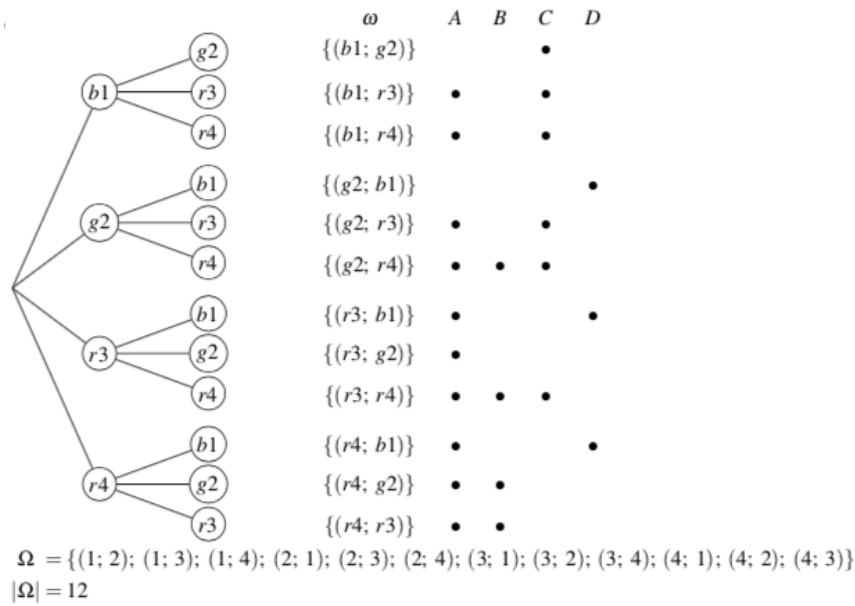
2.3 $\overline{A \cup B}$

3.1 $A = \{1;3;5\}$ $B = \{4;5;6\}$ $A \cup B = \{1;3;4;5;6\}$

3.2 $A = \{2;4;6\}$ $B = \{1;2;3;4\}$ $A \cap B = \{2;4\}$

3.3 $A = \{2;3;5\}$ $B = \{6\}$ $A \cap B = \{ \}$

4.1



4.2

$$A = \{b1r3, b1r4, g2r3, g2r4, r3b1, r3g2, r3r4, r4b1, r4g2, r4r3\}$$

$$B = \{g2r4, r3r4, r4g2, r4r3\}$$

$$C = \{b1g2, b1r3, b1r4, g2r3, g2r4, r3r4\}$$

$$D = \{g2b1, r3b1, r4b1\}$$

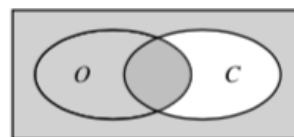
$$E = \{g2r4, r3r4, r4g2, r4r3\}$$

$$F = \{b1g2, b1r3, b1r4, g2r3, g2r4, r3r4, r4g2, r4r3\}$$

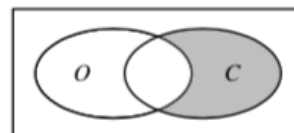
$$G = \Omega$$

5)

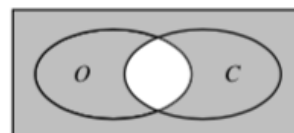
A: „Alle Kinder, mit Ausnahme derer, die nur noch an das Christkind glauben.“



B: „Kinder, die an das Christkind glauben, aber nicht an den Osterhasen.“



C: „Kinder, die höchstens an einen der beiden glauben.“



$$6.1 \quad \Omega = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 21, 22, 23, 24, 25, 26, \dots, 61, 62, 63, 64, 65, 66\}$$

6.2

$$E_1 = \{11, 12, 13, 21, 22, 31\}$$

$$E_2 = \{66\}$$

$$E_3 = \{26, 34, 43, 62\}$$

6.3 „Die Summe der Augenzahlen beträgt 1.“

6.4 „Die Summe der Augenzahlen ist größer als 1.“

$$7.1 \quad A \cap B \qquad 7.2 \quad A \cup B \qquad 7.3 \quad \bar{A} \qquad 7.4 \quad A \cap \bar{B}$$

8)

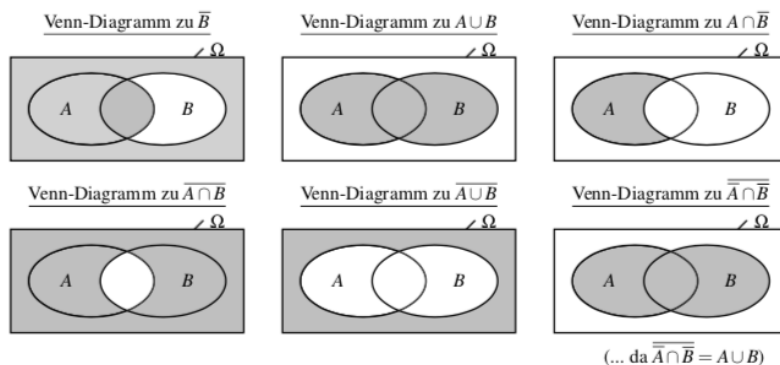
$$(\overline{A \cup B}) \cup (A \cap B)$$

$$\bar{D}$$

$$\bar{E} \cup (E \cap F)$$

$$(G \cap \bar{H}) \cup (\bar{G} \cap H)$$

9)



10.1 Falsch. Ereignis und Gegenereignis können nicht gleichzeitig eintreten.

10.2 Falsch. Damit $A \cap B$ eintritt, müssen beide Ereignisse eintreten.

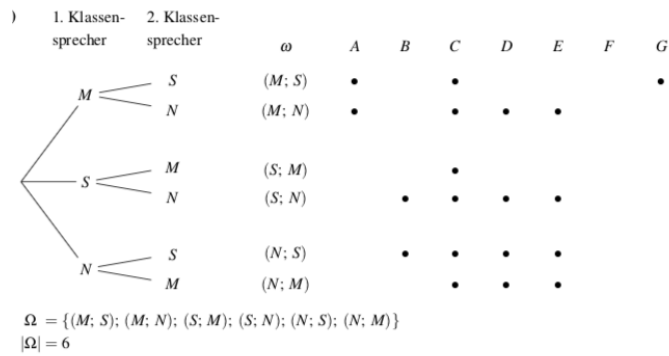
10.3 Wahr. Damit $A \cup B$ eintritt, reicht es aus, dass eines der Ereignisse A oder B eintritt.

10.4 Wahr. Wenn B nicht eintritt, dann tritt $\bar{B}$ ein und somit auch $A \cap \bar{B}$.

10.5 Wahr. Wenn $A \cap B$ eintritt, treten sowohl A als auch B ein.

10.6 Falsch. Aussage gilt nicht immer. Tritt beispielsweise $B \setminus A$ ein, dann treten sowohl $A \cup B$ als auch $\bar{A}$ ein ($B \setminus A = B \cap \bar{A} = (A \cup B) \cap \bar{A}$).

11.1



11.2

$$A = \{MS, MN\}$$

$$B = \{SN, NS\}$$

$$C = \{MS, MN, SM, SN, NS, NM\}$$

$$D = \{MN, SN, NS, NM\}$$

$$E = \{MN, NS, NM\}$$

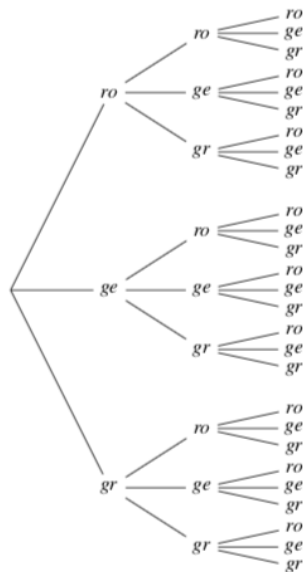
$$F = \overline{A} \cap \overline{C} = \{ \}$$

F: Michaela ist nicht erste Klassensprecherin und Svenja oder Michaela sind nicht Klassensprecher.

$$G = A \cap \overline{D} = \{MS\}$$

G: Michaela ist erste Klassensprecherin und Nikolas ist keiner der Klassensprecher.

12.1



14)

$$\Omega = \{0000, 0001, 0010, 0100, 1000, 1100, 1010, 1001, 0110, 0101, 0011, 1110, 1101, 1011, 0111, 1111\}$$

$$A = \{0000, 0001, 0100, 1000, 1100, 1001, 0101, 1101\}$$

$$B = \{1110, 1101, 1011, 0111\}$$

$$C = \{0000, 0001, 0010, 0011\}$$

$$D = \{0000, 0001, 0010, 0100, 1000, 1010, 1001, 0110, 0101, 0011, 1011, 0111\}$$

$$E = \{1101\}$$

$$15.1 \quad C = \overline{B_1} \cap \overline{B_2}, \quad D = (B_1 \cap \overline{B_2}) \cup (\overline{B_1} \cap B_2)$$

15.2 $E_1 = \text{„Höchstens ein Bauteil arbeitet“}$

$E_2 = \text{„Beide Bauteile arbeiten“}$

$$16.1 \quad \Omega = \{111, 110, 101, 011, 100, 010, 001, 000\}$$

$$A = \{110, 100, 010, 000\}; \quad B = \{100, 010, 001, 000\}; \quad C = \{000\}; \quad D = \{001\}; \quad E = \{111, 110\}$$

$$16.2 \quad B \cap D \neq \{\} \Rightarrow \text{nicht unvereinbar}$$

$$A \cap E \neq \{\} \Rightarrow \text{nicht unvereinbar}$$

$$B \cap E = \{\} \Rightarrow \text{unvereinbar}$$

$$16.3 \quad A \cap B = \{100, 010, 000\}$$

„Es fallen mindestens zwei durch, wobei unter ihnen immer der dritte Prüfling ist“

$$B \cap \overline{C} = \{100, 010, 001\} \quad \text{„Genau ein Prüfling besteht“}$$

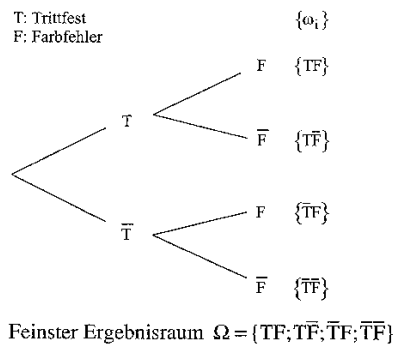
$$D \cap A = \{\} \quad \text{„Der dritte Prüfling besteht und der dritte Prüfling fällt durch“}$$

$$A \cup D = \{110, 100, 010, 000, 001\}$$

„Der dritte Prüfling fällt durch oder nur der dritte Prüfling besteht“

$$16.4 \quad (1) \overline{C}; (2) \overline{A} \cap \overline{E}; (3) \overline{B}; (4) \overline{A \cup C} \quad (\overline{A} \cap \overline{C} \text{ oder } \overline{A})$$

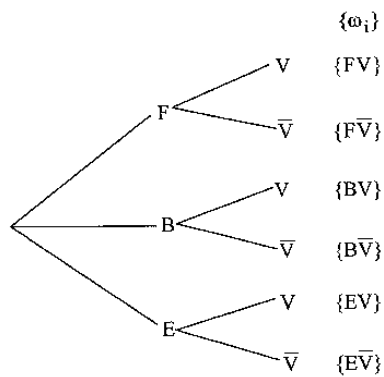
17)



$$E_1 = \{\bar{T}\bar{F}\} \quad E_2 = \{TF, \bar{T}F, \bar{T}\bar{F}\}$$

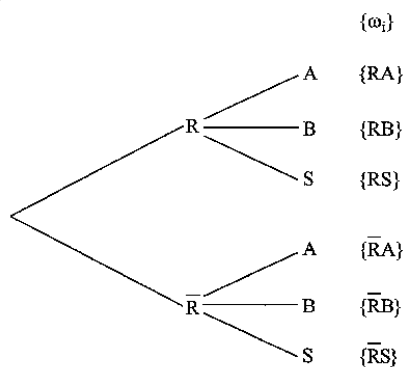
$$E_1 \cap E_2 = \{\bar{T}\bar{F}\} \Rightarrow \text{die Ereignisse } E_1 \text{ und } E_2 \text{ sind vereinbar}$$

18)



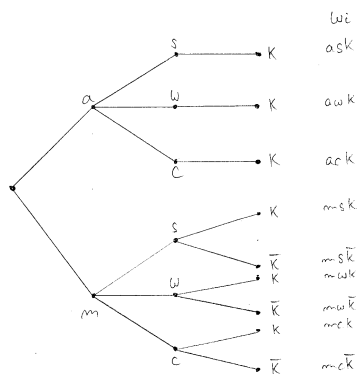
$$A_1 = \{B\bar{V}, E\bar{V}\} \quad A_2 = \{FV, F\bar{V}, EV, E\bar{V}\}$$

19)



$$E_1 = \{RB, \bar{R}A, \bar{R}B, \bar{R}S\} \quad E_2 = \{RB, RS\}$$

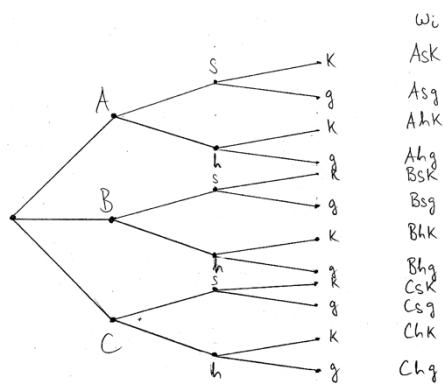
20.1



$$E_1 = \{ask, msk, msk\bar{K}, mwk\bar{K}, mck\bar{K}\}$$

$$20.2 \quad S \cap K = \{ask, msk\} \quad \bar{A} \cup K = \{ask, awk, ack, msk, msk\bar{K}, mwk, mwk\bar{K}, mck, mck\bar{K}\} = \Omega$$

21)



$$E_1 = \{Ahk, Bhk, Chk\} \quad E_2 = \{Bsk, Bsg, Csk, Csg\}$$

$$E_1 \cap E_2 = \{\} \Rightarrow E_1 \text{ und } E_2 \text{ sind unvereinbar}$$

$$22 \quad E_1 = (\bar{A} \cap B) \cup (A \cap \bar{B}) \quad E_2 = \overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$$

